

余剰分析入門

阪本浩章*

初稿：June 5, 2018 改訂：July 11, 2018

1 政策評価

ある行為がどのような帰結をもたらすのかを知りたいとして、どういった方法が考えられるだろうか。ある人は、類似の事例を参考にすればよいと言うかもしれない。過去に似たようなことが行われていたならば、歴史を紐解くことによって、これから起きることをある程度予測できるからである。ただそのような都合のよい事例を見つけられるとは限らないし、見つけれたととしても、現状に照らして十分に有用かは分からない。それならば、いっそのことその行為を実際に行ってみればよい、と言う人もいるだろう。そうすれば、何が起こるかを立ち所に知ることができるからである¹。しかし多くの場合、我々にとって関心があるのは、これからやろうとしていることの帰結を、それを実際に行うよりも前に知ることである。例えば何らかの経済政策があったとして、それを実施すべきか（あるいは実施すべきでないか）を判断するためには、政策を実施した場合に何が起こるのかを予め知っておく必要がある。社会経済をモデルによって記述することの利点の一つは、このような政策評価の議論を論理立てて進められるようになることである。

1.1 政策の例

具体的な文脈を与えるために、従業員に支払う給与の何割かを政府が肩代わりすることによって、企業の雇用を促す政策を考えよう。具体的には、 $0 \leq \phi < 1$ を満たす ϕ について、給与総額の $(100 \times \phi)\%$ が補助金として企業に支払われるような状況を考える。例えば、賃金率を w として z_j 単位の労働力を投入した場合、企業が労働者に対して支払う給与の総額は wz_j になる。一方、雇用補助金が導入されれば、この企業は政府から ϕwz_j だけの補助金を得ることになるので、企業にとっての実質的な費用は $wz_j - \phi wz_j = (1 - \phi)wz_j$ である。したがってこの時、企業の利潤は

$$\pi_j := px_j - (1 - \phi)wz_j \quad (1)$$

*千葉大学法政経学部 (hsakamoto@chiba-u.jp)

¹実際にやってみることで物事の因果関係を特定することを実験 (experiment) と言い、伝統的には自然科学の諸分野で頻繁に用いられてきた。近年では、経済学を含む社会科学の研究の中でも様々な規模の実験が行われるようになってきている。

のように表わすことができる。ここで x_j は財の生産量、 p は財の単位価格である。この政策により、雇用に伴う実質的な負担が減少する分、企業は多くの労働者を雇用するようになると期待できる。

もちろん、政策の実施には費用も伴う。企業に対する補助金は政府の予算から支払われる必要があり、政府の予算は（少なくとも最終的には）税金によって賄われなければならない。経済全体の企業数を $J \in \mathbb{N}$ で表わし、企業 $j \in \{1, 2, \dots, J\}$ が z_j 単位の労働力を投入しているとする。この時の補助金の総額は

$$G := \sum_{j=1}^J \phi w z_j \quad (2)$$

となり、この G が政府の支出である。この支出を賄う方法は様々に考えられようが、ここでは例として、消費者に対する一括税（lump-sum tax）によって工面することを考えよう。一括税とは、所得や購買行動によらず（つまり所得税や消費税とは異なり）、国民年金保険料のように一定額の支払いが求められる税金のことを言う。経済に存在する消費者数を $I \in \mathbb{N}$ で表わし、消費者 $i \in \{1, 2, \dots, I\}$ に $\tau_i \geq 0$ だけの一括税を課すと、政府の税収の総額 T は

$$T := \sum_{i=1}^I \tau_i \quad (3)$$

である。税収 T は支出 G を賄えるものでなければならないので、 $T = G$ 、すなわち

$$\sum_{i=1}^I \tau_i = \sum_{j=1}^J \phi w z_j \quad (4)$$

を満たすように τ_i を選ぶ必要がある。この (4) を「政府の予算制約」と言う。原理的には、各消費者に対する課税額（個別の τ_i の値）が異なるケースを考えることもできるが、ここでは全ての消費者が同額の一括税を課される（つまり補助金政策の費用を平等に負担する）状況を考えよう。すなわち

$$\tau_i = \tau := \frac{1}{I} G \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, I\} \quad (5)$$

によって課税額が決定されると仮定する。なお、 $\phi = 0$ の時（つまり補助金率がゼロの場合）には $G = 0$ なので、必然的に $\tau = 0$ となる（一括税を課す必要がない）ことに注意しておく。

消費者の予算制約は、労働・余暇選択の枠組みを想定すれば、

$$p x_i = w (\bar{z} - r_i) + m_i - \tau \quad (6)$$

のように書くことができるだろう。ここで、 \bar{z} はこの消費者が労働や余暇に用いることのできる時間の総量を表わし、 r_i はその中から余暇に充てる時間を表わす（この場合に労働に充てる時間は $\bar{z} - r_i$ である）。政府の補助金政策によって雇用が拡大することで、消費者はより多くの労働所得 $w(\bar{z} - r_i)$ を得る可能性が高い。また経済活動が活発になり、その結果として企業の利潤が増加するのであれば、企業を所有している消費者の不労所得 m_i も増えることになるだろう。というのも、企業の利潤も結局のところ消費者に還元されるからである。より具体的には、消費者 i による企業 j の保有率を $\theta_{i,j}$ で表わすと、消費者 i の不労所得は

$$m_i = \sum_{j=1}^J \theta_{i,j} \pi_j \quad (7)$$

を満たす。ただ(6)の右辺からも明らかのように、補助金の原資となる一括税 τ が課されるため、所得の増減は必ずしも明らかでない。場合によっては、政策が導入される以前よりも厳しい予算制約に直面する消費者（例えば企業を全く所有していない消費者など）もいるかもしれない。

以上のような補助金政策は、果たして望ましい結果をもたらすものであろうか。この種の政策の良し悪しを評価するためには、政策が導入された後の経済の状態と政策が導入される前の経済の状態とを比較し、どちらが望ましいものであるかを判断する必要がある。そこで、まずは政策が導入された場合に、市場での取引を通じてどのような配分が実現するのかを考える。企業の生産技術が生産関数 $f_j(z_j)$ によって代表されているものとし、関数 $f_j(z_j)$ の逆関数を $C_j(x_j)$ で表わそう。企業 j は、利潤

$$\pi_j(x_j) := px_j - (1 - \phi)wC_j(x_j) \quad (8)$$

を最大にするように生産パターンを決定するのであったから、

$$\pi'(x_j^s) = 0 \iff p = (1 - \phi)wC_j'(x_j^s) \quad (9)$$

を満たすような生産量 x_j^s を選び、

$$z_j^d = C_j(x_j^s) \quad (10)$$

だけの労働力を投入することになる。明らかに、企業が選ぶ (x_j^s, z_j^d) の組は (w, p, ϕ) の値によって異なったものになる。この事実をより明示的に表現するために、企業によって選ばれる生産量と要素投入量を、それぞれ $x_j^s(w, p, \phi)$, $z_j^d(w, p, \phi)$ と書くことにしよう。

一方で消費者の効用関数を $U^i(x_i, r_i)$ で表わすと、消費者 i は、予算集合を

$$B(p, w, m_i, \tau) := \{(x_i, r_i) \in \mathbb{R}_+^2 \mid px_i + wr_i = w\bar{z} + m_i - \tau\} \quad (11)$$

として

$$(x_i^d, r_i^d) \in \operatorname{argmax}_{(x_i, r_i) \in B(p, w, m_i, \tau)} U^i(x_i, r_i) \quad (12)$$

を満たす (x_i^d, r_i^d) を選び、

$$z_i^s = \bar{z} - r_i^d \quad (13)$$

だけの時間を労働に充てることになる。より具体的には、連立方程式

$$\frac{U_1^i(x_i^d, r_i^d)}{U_2^i(x_i^d, r_i^d)} = \frac{p}{w} \quad (14)$$

$$px_i^d + wr_i^d = w\bar{z} + m_i - \tau \quad (15)$$

を解くことで、(12) を満たす (x_i^d, r_i^d) を求めることができる。明らかに、消費者が選ぶ (x_i^d, r_i^d, z_i^s) の組は (w, p, m_i, τ) の値によって異なったものになる。やはりこの事実をより明示的に表現するために、消費者によって選ばれる財や余暇の需要量と労働の供給量を、それぞれ $x_j^d(p, w, m_i, \tau)$, $r_i^d(p, w, m_i, \tau)$, $z_i^s(p, w, m_i, \tau)$ と表記する。なお、既に (7) でも言及したように、消費者の不労所得は

$$m_i = \sum_{j=1}^J \theta_{i,j} \underbrace{(px_j^s(p, w, \phi) - (1 - \phi)wC_j(x_j^s(p, w, \phi)))}_{=\pi_j(x_j^s(p, w, \phi))} \quad (16)$$

によって与えられる。この右辺は (p, w, ϕ) に依存するものであるから、不労所得を $m_i^*(w, p, \phi)$ と書くことにしよう。

以上を踏まえた上で、この経済モデルにおける均衡（補助金政策の下で実現する経済の状態についての我々の予測）を次のように定義する。

定義 1. この経済における均衡とは、補助金政策（つまり ϕ の値）を所与として、集計需要と集計供給とが全ての市場で一致しており、なおかつ政府の予算制約が満たされている状態を言う。また、そのような状態と整合的な財価格と賃金率のことを均衡価格と呼ぶ。すなわち、ある財価格 p^* と賃金率 w^* の下で、

$$\sum_{i=1}^I x_i^d(p^*, w^*, m_i^*(w^*, p^*, \phi), \tau) = \sum_{j=1}^J x_j^s(w^*, p^*, \phi), \quad (17)$$

$$\sum_{i=1}^I z_i^s(p^*, w^*, m_i^*(w^*, p^*, \phi), \tau) = \sum_{j=1}^J z_j^d(w^*, p^*, \phi), \quad (18)$$

および

$$\underbrace{\sum_{i=1}^I \tau}_{=T} = \underbrace{\sum_{j=1}^J \phi w z_j^d(w^*, p^*, \phi)}_{=G} \quad (19)$$

が同時に成立しているような状態を、均衡と呼ぶ。

次に、比較の対象として、補助金政策が導入されるより以前の（あるいは既に導入されているのであれば、補助金政策が廃止された後の）経済の状態を考えよう。補助金政策が導入されていない経済は、上の経済モデルにおいて $\phi = 0$ とした場合に相当する。このことから、政策が導入されていない経済における均衡は、定義 1 を援用することで直ちに定義できることが分かる。すなわち、補助金政策が導入されていない経済で実現するであろう状態は、定義 1 の均衡を $\phi = 0$ で評価したものに他ならない。

定義 2. 定義 1 において $\phi = 0$ としたもの（したがって $\tau = 0$ にもなる）を、補助金政策が導入される前の（あるいは補助金政策が廃止された後の）経済における均衡と呼ぶ。すなわち、ある財価格 p^* と賃金率 w^* の下で、

$$\sum_{i=1}^I x_i^d(p^*, w^*, m_i^*(w^*, p^*, \phi), \tau) \Big|_{\phi=0, \tau=0} = \sum_{j=1}^J x_j^s(w^*, p^*, \phi) \Big|_{\phi=0}, \quad (20)$$

$$\sum_{i=1}^I z_i^s(p^*, w^*, m_i^*(w^*, p^*, \phi), \tau) \Big|_{\phi=0, \tau=0} = \sum_{j=1}^J z_j^d(w^*, p^*, \phi) \Big|_{\phi=0} \quad (21)$$

が同時に成立しているような状態である。

定義 1 と定義 2 によって、補助金政策が導入されている場合と導入されていない場合のそれぞれについて、経済において実現するであろう状態を定義することができた。我々の次なる目的は、何らかの「望ましきの尺度」に基づいて、二つの状態を比較することである。

1.2 パレート基準

二つの状態の望ましさを比較する方法としておそらく容易に思い付くアプローチは、パレート改善の考え方をを用いるものであろう。パレート改善とは、誰にも不満を抱かせることなく、少なくとも誰か一人をより満足させられるような変更のことを言う。もし政策を導入することによってパレート改善が見込まれるのであれば、全ての人がある政策に（少なくとも消極的には）賛成することができる。したがってそのような場合、およそ曖昧さを残すことなく、その政策は導入されるべきであると結論することができよう。このような政策評価の指針は、一般にパレート基準 (Pareto criterion) として知られている。

パレート基準の考え方をフォーマルに表現するために、まずはこの経済における配分を次のように定義しよう。

定義 3. 配分とは、各消費者の消費ベクトル (x_i^c, r_i) と各企業の選ぶことのできる生産パターン (z_j, x_j^p) とを並べたリストのことである。つまり、

$$a := \left((x_i^c, r_i)_{i=1}^I, (z_j, x_j^p)_{j=1}^J \right) \in \mathbb{R}_+^{2I} \times \mathbb{R}_+^{2J} \quad (22)$$

ただし

$$z_j = C_j(x_j^p) \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, J\} \quad (23)$$

のような $2I + 2J$ 次元ベクトル a のことを配分と呼ぶ。また、ある配分について、

$$\sum_{i=1}^I x_i^c = \sum_{j=1}^J x_j^p, \quad \sum_{i=1}^I (\bar{z} - r_i) = \sum_{j=1}^J z_j \quad (24)$$

が成り立つ時、この配分は実現可能であると言う。実現可能な配分を全て集めた集合を $A \subset \mathbb{R}_+^{2I+2J}$ と表記する。

この定義の意味するところは明らかであろう。ちなみに (23) は、企業によって選ばれる生産パターン (z_j, x_j^p) が、その企業の生産技術と整合的であることを要求するものである。この条件がなければ、例えば生産要素をほとんど用いずに大量の財を生産するような（つまりは $z_j < C_j(x_j^p)$ となるような）、技術的に可能でない生産パターンを配分として許容することになる。

この配分の定義を用いると、パレート改善やパレート効率性といった考え方を、次のように厳密な形で定義することができる。

定義 4. ある二つの配分

$$a := \left((x_i^c, r_i)_{i=1}^I, (z_j, x_j^p)_{j=1}^J \right) \quad (25)$$

と

$$\tilde{a} := \left((\tilde{x}_i^c, \tilde{r}_i)_{i=1}^I, (\tilde{z}_j, \tilde{x}_j^p)_{j=1}^J \right) \quad (26)$$

を考える。このとき、

$$U^i(\tilde{x}_i^c, \tilde{r}_i) \geq U^i(x_i^c, r_i) \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, I\} \quad (27)$$

かつ

$$U^i(\tilde{x}_i^c, \tilde{r}_i) > U^i(x_i^c, r_i) \quad \exists i \in \{1, 2, \dots, I\} \quad (28)$$

が成立するならば、配分 a は配分 \tilde{a} によってパレート改善されるという。そして、ある配分がどのような実現可能な配分によってもパレート改善されないと

き、その配分はパレート効率的であるという。

既に述べたように、配分を変更することによって誰にも不満を抱かせることなく誰かをより満足させられるのであれば、そのような変更はパレート改善である。また、パレート改善の余地がないような配分のことをパレート効率的と言う。つまり、誰かをより満足させるようとする（それをどのように上手くやろうとしても）必ず他の誰かが不満を抱いてしまうような時、そのような状態はパレート効率的であると言うのである。

定義 5. 次のような政策評価の基準をパレート基準と呼ぶ。政策を実施する前に実現する配分と実施した後に実現する配分とを比べて、後者が前者をパレート改善するならば、その政策を実施すべきである。また逆に、前者が後者をパレート改善するならば、そのような政策は廃止されるべきである。

パレート基準の考え方は極めて明快であり、この基準を用いて政策を評価することに多くの人が同意するであろう。政策によって（あるいは政策の廃止によって）少なくとも以前と同程度には好ましい状態が保証され、あわよくばより好ましい状態すら期待できると言うのであれば、そこに異論を差し挟む余地はほとんどない。

しかし残念ながら、パレート基準は政策評価の指針として万能とは言い難い。と言うより、現実の政策を評価する文脈においては、むしろこの基準が効果的に機能するケースのほうが少ないように思われる。新しい政策の導入（あるいは既存の政策の廃止）は往々にして、誰かをより満足させる一方で、別の誰かに不満を抱かせてしまうものだからである。パレート基準が政策評価の指針として通用するのは、政策によってパレート改善が期待できるような（ある意味で理想的な）場合に限られる。それ以外の（より現実的な）ケースでは、政策が望ましいものであるかどうかについて、パレート基準は明確な解を示さない。

パレート基準の限界は、前節で取り上げた雇用促進政策を検討することで容易に理解できる。話を簡単にするために、この経済には二人の消費者 ($I = 2$) と二つの企業 ($J = 2$) のみが存在していると仮定しよう。消費者の選好はいずれも

$$U^i(x_i, r_i) := e^{x_i^{2/3} + r_i} \quad \forall i \in \{1, 2\} \quad (29)$$

のような効用関数によって代表されているとする。一方、企業の生産技術はいずれも

$$f_j(z_j) := z_j^{3/4} \quad \forall j \in \{1, 2\} \quad (30)$$

のような生産関数で表現できる場合を考える。この時、生産関数 $f_j(z_j)$ の逆関数 $C_j(x_j)$ は、

$$C_j(x_j) = x_j^{4/3} \quad \forall j \in \{1, 2\} \quad (31)$$

である。また、やや極端な想定ではあるが、二つの企業はいずれも一人の消費者（それを消費者 1 としよう）によって 100% 所有されているとする。つまり、

$$\theta_{i,j} = \begin{cases} 1 & i = 1 \\ 0 & i = 2 \end{cases} \quad \forall j \in \{1, 2\} \quad (32)$$

のような状況を考える。

以上の想定の下で、定義 1 に基づいてこの経済の均衡を特徴付けてみよう。まず、企業 $j \in \{1, 2\}$ は (9) を満たすような x_j^s を選ぶから、供給関数は

$$\begin{aligned} p &= (1 - \phi)wC_j'(x_j^s) \iff p = (1 - \phi)w\frac{4}{3}(x_j^s)^{1/3} \\ &\iff x_j^s(w, p, \phi) = \left(\frac{3}{4} \frac{p}{(1 - \phi)w}\right)^3 \end{aligned} \quad (33)$$

のように求められ、対応する労働需要関数は

$$z_j^d(w, p, \phi) = C_j(x_j^s(w, p, \phi)) = \left(\frac{3}{4} \frac{p}{(1 - \phi)w}\right)^4 \quad (34)$$

である。なお、この時に企業が得る利潤は

$$\begin{aligned} \pi_j^*(w, p, \phi) &:= px_j^s(w, p, \phi) - (1 - \phi)wz_j^d(w, p, \phi) \\ &= p \left(\frac{3}{4} \frac{p}{(1 - \phi)w}\right)^3 - (1 - \phi)w \left(\frac{3}{4} \frac{p}{(1 - \phi)w}\right)^4 \\ &= (1 - \phi)w \frac{3^3}{4^4} \left(\frac{p}{(1 - \phi)w}\right)^4 \end{aligned} \quad (35)$$

となる。また、企業に支払われる補助金の合計は

$$G := \sum_{j=1}^2 \phi w z_j^d(w, p, \phi) = 2\phi w \left(\frac{3}{4} \frac{p}{(1 - \phi)w}\right)^4 \quad (36)$$

である。一方、消費者 i は (14) および (15) を満たすような (x_i^d, r_i^d) を選ぶ。したがって需要関数は、まずは (14) から

$$\begin{aligned} \frac{U_1^i(x_i^d, r_i^d)}{U_2^i(x_i^d, r_i^d)} = \frac{p}{w} &\iff \frac{2}{3}(x_i^d)^{-1/3} = \frac{p}{w} \\ &\iff x_i^d(p, w, m_i, \tau) = \left(\frac{2w}{3p}\right)^3, \end{aligned} \quad (37)$$

これを (15) と合わせて

$$\begin{aligned} px_i^d(p, w, m_i, \tau) + wr_i^d(p, w, m_i, \tau) &= w\bar{z} + m_i - \tau \\ \iff r_i^d(p, w, m_i, \tau) &= \bar{z} + \frac{m_i}{w} - \frac{\tau}{w} - \left(\frac{2}{3}\right)^3 \left(\frac{w}{p}\right)^2 \end{aligned} \quad (38)$$

を得る。ここで、(35) から不労所得が

$$m_i^*(w, p, \phi) := \sum_{j=1}^2 \theta_{i,j} \pi_j^*(w, p, \phi) = \sum_{j=1}^2 \theta_{i,j} (1 - \phi) w \frac{3^3}{4^4} \left(\frac{p}{(1 - \phi)w}\right)^4 \quad (39)$$

となることに注意しておく。

均衡価格を (p^*, w^*) と置くと、財市場における需給一致条件から

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^I x_i^d(p^*, w^*, m_i^*(w^*, p^*, \phi), \tau) &= \sum_{j=1}^J x_j^s(w^*, p^*, \phi) \\ \iff 2 \left(\frac{2w^*}{3p^*}\right)^3 &= 2 \left(\frac{3}{4} \frac{p^*}{(1 - \phi)w^*}\right)^3 \\ \iff \frac{p^*}{w^*} &= \left(\frac{8}{9}(1 - \phi)\right)^{1/2} \end{aligned} \quad (40)$$

が求まる²。政府の予算制約 (19) に補助金総額 (36) を代入し、それを均衡価格 (40) で評価することによって

$$\sum_{i=1}^2 \tau = G \iff \tau = \frac{1}{2}G = \phi w^* \left(\frac{3}{4} \frac{p^*}{(1 - \phi)w^*}\right)^4 = \phi w^* \left(\frac{1}{2} \frac{1}{(1 - \phi)}\right)^2 \quad (41)$$

のように、均衡における一括税 τ を計算することができる。したがって、需要関数 (つまり (37) と (38)) に均衡価格 (40) と一括税 (41) を代入することで、消費者 $i \in \{1, 2\}$ は均衡において

$$x_i^d(p^*, w^*, m_i^*(w^*, p^*, \phi), \tau) = \left(\frac{2w^*}{3p^*}\right)^3 = \underbrace{\left(\frac{1}{2(1 - \phi)}\right)^{3/2}}_{=: x_i^c(\phi)} \quad (42)$$

²興味のある読者は、この均衡価格が (財市場の需給一致条件のみならず) 労働市場の需給一致条件も同時に満たすことを確認されたい。

だけの財を消費し,

$$\begin{aligned}
& r_i^d(p^*, w^*, m_i^*(w^*, p^*, \phi), \tau) \\
&= \bar{z} + \sum_{j=1}^2 \theta_{i,j} (1-\phi) \frac{3^3}{4^4} \left(\frac{p^*}{(1-\phi)w^*} \right)^4 - \frac{\tau}{w^*} - \left(\frac{2}{3} \right)^3 \left(\frac{w^*}{p^*} \right)^2 \\
&= \bar{z} + \underbrace{\sum_{j=1}^2 \theta_{i,j} \frac{1}{12} \frac{1}{1-\phi} - \frac{\phi}{1-\phi} \frac{1}{4} \frac{1}{(1-\phi)} - \frac{1}{3} \frac{1}{1-\phi}}_{=:r_i(\phi)} \quad (43)
\end{aligned}$$

だけの余暇を消費することが分かる. 一方, 供給関数 (33) と労働需要関数 (34) に均衡価格 (40) を代入することで, 企業 $j \in \{1, 2\}$ は,

$$z_j^d(w^*, p^*) = \left(\frac{3}{4} \frac{p^*}{(1-\phi)w^*} \right)^4 = \underbrace{\left(\frac{1}{2(1-\phi)} \right)^2}_{=:z_j(\phi)} \quad (44)$$

だけの労働力を投入し,

$$x_j^d(w^*, p^*) = \left(\frac{3}{4} \frac{p^*}{(1-\phi)w^*} \right)^3 = \underbrace{\left(\frac{1}{2(1-\phi)} \right)^{3/2}}_{=:x_j^p(\phi)} \quad (45)$$

だけの財を生産することも分かる.

以上の (42)–(45) を用いれば, 均衡における配分を

$$a(\phi) := (x_1^c(\phi), r_1(\phi), x_2^c(\phi), r_2(\phi), z_1(\phi), x_1^p(\phi), z_2(\phi), x_2^p(\phi)) \quad (46)$$

と書くことができる. これが, 政策が導入された場合に実現する経済の状態である. 均衡における配分が ϕ に依存している (つまり a が ϕ の関数になっている) ことに注意されたい. これは, 導入される補助金の率に応じて政策の結果として実現する状態が変化するという, ごく自然な事実を捉えている. 例えば給与総額の 10% が補助金として支給される場合 ($\phi = 0.1$) と, 50% が補助金として支給される場合 ($\phi = 0.5$) とでは, 当然ながら経済活動に及ぼす影響は異なったものになる. また, 政策が導入される前の配分については, (46) を $\phi = 0$ で評価することで得られる. つまり,

$$a(0) := (x_1^c(\phi), r_1(\phi), x_2^c(\phi), r_2(\phi), z_1(\phi), x_1^p(\phi), z_2(\phi), x_2^p(\phi)) \Big|_{\phi=0} \quad (47)$$

が, 政策が導入されなかった場合に (あるいは政策が廃止された場合に) 実現する経済の状態である. したがって, 補助金政策が望ましい結果をもたらすのかど

うか判断するには、 $a(\phi)$ と $a(0)$ という二つの配分を比較すればよい。より一般には、二つの異なる補助金率 (ϕ と ϕ') について、それぞれに対応する配分 ($a(\phi)$ と $a(\phi')$) を比較することで、どちらの補助金率がより望ましいのかを検討することもできる。

具体的な例として、給与総額の 50% を政府が負担するような、やや極端な補助金政策の導入 (つまり $\phi = 1/2$) を検討してみよう。この補助金が導入された場合、各消費者の効用関数の値は、(32) に注意すれば

$$U^i(x_i^c(\phi), r_i(\phi))\big|_{\phi=1/2} = e^{(x_i^c(\phi))^{2/3} + r_i(\phi)}\big|_{\phi=1/2} = \begin{cases} e^{\frac{1}{6} + \bar{z}} & i = 1 \\ e^{-\frac{1}{6} + \bar{z}} & i = 2 \end{cases} \quad (48)$$

である。一方、この政策を導入する前の (あるいは政策を廃止した場合の) 効用関数の値は

$$U^i(x_i^c(\phi), r_i(\phi))\big|_{\phi=0} = e^{(x_i^c(\phi))^{2/3} + r_i(\phi)}\big|_{\phi=0} = \begin{cases} e^{\frac{1}{3} + \bar{z}} & i = 1 \\ e^{\frac{1}{6} + \bar{z}} & i = 2 \end{cases} \quad (49)$$

のように計算できる。ここで (48) と (49) とを比較すると、

$$U^1(x_1^c(\phi), r_1(\phi))\big|_{\phi=0} = e^{\frac{1}{3} + \bar{z}} > e^{\frac{1}{6} + \bar{z}} = U^1(x_1^c(\phi), r_1(\phi))\big|_{\phi=1/2} \quad (50)$$

かつ

$$U^2(x_2^c(\phi), r_2(\phi))\big|_{\phi=0} = e^{\frac{1}{6} + \bar{z}} > e^{-\frac{1}{6} + \bar{z}} = U^2(x_2^c(\phi), r_2(\phi))\big|_{\phi=1/2} \quad (51)$$

が成り立つから、どちらの消費者についても、補助金政策を導入しない方がより好ましい状態になることが分かる。つまり、 $a(0)$ は $a(\phi)$ をパレート改善する。したがってパレート基準を用いれば、このような補助金政策は導入すべきでなく、もし既に政策が導入されているならば廃止されるべきである、と結論付けることができる。

ただ既に予告しておいたように、パレート基準がこのように首尾よく機能することは稀である。例えば別のケースとして、給与総額の 10% を政府が負担するという、もう少し現実味のある補助金政策 (つまり $\phi = 1/10$) を検討してみよう。この補助金が導入された場合、各消費者の効用関数の値は

$$U^i(x_i^c(\phi), r_i(\phi))\big|_{\phi=1/10} = e^{(x_i^c(\phi))^{2/3} + r_i(\phi)}\big|_{\phi=1/10} = \begin{cases} e^{\frac{55}{162} + \bar{z}} & i = 1 \\ e^{\frac{25}{162} + \bar{z}} & i = 2 \end{cases} \quad (52)$$

のように計算できる。一方、この政策を導入する前の (あるいは政策を廃止した

場合の) 効用関数の値は (49) である. ここで (52) と (49) とを比較すると, 消費者 1 については,

$$U^1(x_1^c(\phi), r_1(\phi))\big|_{\phi=0} = e^{\frac{1}{3}+\bar{z}} = e^{\frac{54}{162}+\bar{z}} < e^{\frac{55}{162}+\bar{z}} = U^1(x_1^c(\phi), r_1(\phi))\big|_{\phi=1/10} \quad (53)$$

が成り立つから, 補助金政策によってより好ましい結果を得ることが分かる. これに対して,

$$U^2(x_2^c(\phi), r_2(\phi))\big|_{\phi=0} = e^{\frac{1}{6}+\bar{z}} = e^{\frac{27}{162}+\bar{z}} > e^{\frac{25}{162}+\bar{z}} = U^2(x_2^c(\phi), r_2(\phi))\big|_{\phi=1/10} \quad (54)$$

であるから, 消費者 2 にとっては (政策が導入されない場合よりも) 好ましくない状態になってしまう. この場合, $a(\phi)$ は $a(0)$ をパレート改善するものではないし, 逆に $a(0)$ が $a(\phi)$ をパレート改善するというわけでもない. したがって, パレート基準を用いるだけでは, この政策の是非を判断することはできない. このような補助金政策の導入が検討された場合, 消費者 1 は政策の趣旨に賛意を示す一方で, 消費者 2 は断固として反対するであろう. また, 既にこのような補助金政策が導入されている場合には, 消費者 2 が政策の廃止に向けて働きかける一方で, 消費者 1 は政策の維持を主張して譲らないことが予想される. 利害関係者の間で論争の余地のある (しかし現実味を持った) 政策の是非について建設的な議論を展開するためには, パレート基準からもう一步踏み込んだ, より実用的な政策評価の指針が求められるのである.

1.3 カルドア基準

パレート基準の根底にあるのは, 全会一致 (unanimity) の原則である. つまりパレート基準の下では, 誰もが納得するであろう時, またその時のみ, 政策に関する意思決定を行う. このような全会一致を条件とした意思決定は, 全ての利害関係者の同意を必要とするため, 利害調整の過程で多様な意見を反映させられるという利点を持つ. また, 例えば多数派のわずかな利益のために少数派に多大な犠牲を強いるといったような, 公正さを欠いた判断を避けることもできる. しかしその一方で, 迅速な意思決定はどうしても難しくなる. とりわけ, 影響を受ける利害関係者が多岐に渡り, したがって利害の調整が容易でない場合には, 全会一致による意思決定は (少なくとも短期的には) 機能しない. そして容易に想像されるように, 現実の経済政策の多くは, 利害関係者が多岐に渡る意思決定の典型的な例である. 全会一致を要請するパレート基準が政策評価の指針として実用的たりえないのは, むしろ当然の結果と言ってよい.

もっとも, パレート基準を用いた政策評価には説得力があり, その基本的な考え方自体は否定されるべきではないだろう. どのような政策評価の基準を用いるのであれ, 少なくともパレート基準と矛盾する結論を導くようなものであっては

ならない。そこで、パレート基準の精神を受け継ぎながら（つまりはパレート基準の問題点を部分的に修正することで）、より実用的な政策評価の指針を提案できないか考えてみよう。パレート基準の問題は、政策の実施に伴う費用や便益について、その定量的な情報を完全に無視しているということである。パレート基準に従うならば、政策によって費用を被るものがひとりでもいれば、その費用がいかに小さなものであっても、また一方で生み出される便益がいかに大きなものであっても、その政策を実施することは許容されない。逆に、既存の政策の下で既得権益を享受するものがひとりでもいれば、たとえそれによって社会全体で多大な不利益が生じている場合であっても、その政策の廃止を正当化することは、パレート基準ではできない。費用や便益の大小に関わらず、利害関係者全員の同意を常に要請するという点で、パレート基準は潔癖に過ぎるのである。したがって実用性を重視する観点からは、例えば政策の便益が費用を埋め合わせられる程に大きいのであれば、必ずしも全ての利害関係者の同意を得る必要はないのではないか、と主張することは可能かもしれない。

このような着想に基づき、パレート基準の要請を部分的に弱めることによって、実用的な政策評価の指針を提供するのがカルドア基準（Kaldor criterion）と呼ばれるものである³。カルドア基準では、政策によって利益を享受する個人が、不利益を被る個人に十分な補償を行ったとしてもなお⁴、政策を実施する前よりも好ましい状態を実現できる見込みがある場合に、その政策を実施すべきであると判断する。カルドア基準の考え方を正確に理解するために、まずはカルドア改善（Kaldor improvement）と呼ばれる概念を定義しよう。

定義 6. ある二つの配分

$$a := \left((x_i^c, r_i)_{i=1}^I, (z_j, x_j^p)_{j=1}^J \right) \quad (55)$$

と

$$\tilde{a} := \left((\tilde{x}_i^c, \tilde{r}_i)_{i=1}^I, (\tilde{z}_j, \tilde{x}_j^p)_{j=1}^J \right) \quad (56)$$

を考える。このとき、

$$\sum_{i=1}^I \tilde{x}_i^c = \sum_{i=1}^I \tilde{x}_i^c \quad \text{and} \quad \sum_{i=1}^I \tilde{r}_i = \sum_{i=1}^I \tilde{r}_i \quad (57)$$

³カルドア基準という呼称は、このような政策評価の基準を最初に提案したイギリスの経済学者ニコラス・カルドア（Nicholas Kaldor）に因むものである。

⁴カルドア基準は、このように利益を得る個人から不利益を被る個人への補償（compensation）を想定することによって政策の是非を判断するものであることから、補償基準（compensation criterion）や補償原理（compensation principle）などとも呼ばれる。

を満たすような $(\tilde{x}_i^c, \tilde{r}_i)_{i=1}^I$ で

$$U^i(\tilde{x}_i^c, \tilde{r}_i) \geq U^i(x_i^c, r_i) \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, I\} \quad (58)$$

かつ

$$U^i(\tilde{x}_i^c, \tilde{r}_i) > U^i(x_i^c, r_i) \quad \exists i \in \{1, 2, \dots, I\} \quad (59)$$

となるようなものが存在するならば、配分 a は配分 \tilde{a} によってカルドア改善されるという。

カルドア改善の基本的なアイディアは、「パレート改善の可能性」を生み出すようなものを（それが実際にはパレート改善ではなかったとしても）ある種の改善と見なそうというものである。具体的な例を挙げよう。二人の消費者からなる経済を考え、選好は (29) で定義される効用関数 $U^i(x_i, r_i)$ によって代表されているものとする。またこの経済には二つの企業が存在しており、技術は (30) で定義される生産関数 $f_j(z_j)$ によって代表されているとしよう。ここで、

$$\begin{aligned} a &:= (x_1^c, r_1, x_2^c, r_2, z_1, x_1^p, z_2, x_2^p) \\ &:= (3^{3/2}, \bar{z} - 9, 3^{3/2}, \bar{z} - 9, 9, 3^{3/2}, 9, 3^{3/2}) \end{aligned} \quad (60)$$

のような配分 a と、

$$\begin{aligned} \tilde{a} &:= (\tilde{x}_1^c, \tilde{r}_1, \tilde{x}_2^c, \tilde{r}_2, \tilde{z}_1, \tilde{x}_1^p, \tilde{z}_2, \tilde{x}_2^p) \\ &:= (2^{5/2}, \bar{z}, 0, \bar{z} - 8, 4, 4^{3/4}, 4, 4^{3/4}) \end{aligned} \quad (61)$$

なる別の配分 \tilde{a} を考えてみる。二つの配分を比較すると、消費者 1 については

$$U^1(\tilde{x}_1^c, \tilde{r}_1) = e^{\bar{z} + 2^{5/3}} > e^{\bar{z} - 6} = U^1(x_1^c, r_1) \quad (62)$$

が成り立つ（配分 \tilde{a} を好む）一方で、消費者 2 については

$$U^2(\tilde{x}_2^c, \tilde{r}_2) = e^{\bar{z} - 8} < e^{\bar{z} - 6} = U^2(x_2^c, r_2) \quad (63)$$

となる（配分 a を好む）ことが分かる。経済の状態を配分 a から配分 \tilde{a} へと変化させることは、明らかにパレート改善ではない。しかしこの変化は、カルドアの意味では改善と見なすことができる。というのも、配分 \tilde{a} は「配分 a をパレート改善する可能性」を秘めているからである。

配分 \tilde{a} が配分 a をパレート改善する可能性を秘めているというのは、次のような意味においてである。ひとつの思考実験として、利益を享受する消費者 1 から不利益を被る消費者 2 へと補償を行うことを考えよう。経済の状態が a から \tilde{a} へ

と変化すれば、それぞれの消費者は

$$(\tilde{x}_1^c, \tilde{r}_1) = (2^{5/2}, \bar{z}), \quad (\tilde{x}_2^c, \tilde{r}_2) = (0, \bar{z} - 8) \quad (64)$$

という財と余暇の組を（実際に）得ることになる。この配分が実現した後は、例えば $2^{3/2}$ 単位の財と 4 単位の余暇を消費者 1 から消費者 2 に移転することによって、財と余暇の組を

$$(\tilde{\tilde{x}}_1^c, \tilde{\tilde{r}}_1) := (2^{5/2} - 2^{3/2}, \bar{z} - 4), \quad (\tilde{\tilde{x}}_2^c, \tilde{\tilde{r}}_2) := (2^{3/2}, \bar{z} - 8 + 4) \quad (65)$$

のように分け直すことが（潜在的には）可能になる⁵。そして、このような思考実験の下で実現する仮説的な配分においては

$$U^1(\tilde{\tilde{x}}_1^c, \tilde{\tilde{r}}_1) = e^{\bar{z}-2} > e^{\bar{z}-6} = U^1(x_1^c, r_1) \quad (67)$$

かつ

$$U^2(\tilde{\tilde{x}}_2^c, \tilde{\tilde{r}}_2) = e^{\bar{z}-2} > e^{\bar{z}-6} = U^2(x_2^c, r_2) \quad (68)$$

が成り立つから、 a と比較してパレート改善が達成されることになる。つまり、経済の状態を配分 a から配分 \tilde{a} へと変化させることは、それ自体は直接的にパレート改善をもたらすものではないが、（もし補償が実行されたならばパレート改善となるという意味で）「パレート改善の可能性」を生み出すことができるのである。

このカルドア改善の考え方を政策評価の基礎として用いたものが、カルドア基準である。実際、カルドア基準の定義は、パレート基準の定義において「パレート改善」を「カルドア改善」で置き換えたものに他ならない。

定義 7. 次のような政策評価の基準をカルドア基準と呼ぶ。政策を実施する前に実現する配分と実施した後に実現する配分とを比べて、後者が前者をカルドア改善するならば、その政策を実施すべきである。また逆に、前者が後者をカルドア改善するならば、その政策は廃止されるべきである。

定義だけを見比べると、パレート基準とカルドア基準との差はそれほど大きくないように思うかもしれない。しかし実際には、パレート基準とは異なり、政策評価の指針としてのカルドア基準は極めて強力なツールになる。

これを理解するために、前節で取り上げた補助金政策の例で、補助金率が 10% であるような場合を改めて検討しよう。このケースでは、消費者 1 は補助金政策

⁵この (65) と (64) とを見比べると

$$\sum_{i=1}^2 \tilde{\tilde{x}}_i^c = 2^{5/2} = \sum_{i=1}^2 \tilde{x}_i^c \quad \text{and} \quad \sum_{i=1}^2 \tilde{\tilde{r}}_i = 2\bar{z} - 8 = \sum_{i=1}^2 \tilde{r}_i \quad (66)$$

が成り立つことが分かるから、定義 6 における (57) が満たされていることに注意しよう。

の下でより好ましい結果を得る一方で、消費者 2 は政策を実施しない方が好ましい結果を得るのであった。具体的には、政策を導入した後には

$$\begin{aligned} a(\phi) &= (x_1^c(\phi), r_1(\phi), x_2^c(\phi), r_2(\phi), z_1(\phi), x_1^p(\phi), z_2(\phi), x_2^p(\phi)) \Big|_{\phi=1/10} \\ &= \left(\left(\frac{5}{9} \right)^{3/2}, \bar{z} - \frac{35}{162}, \left(\frac{5}{9} \right)^{3/2}, \bar{z} - \frac{65}{162}, \frac{25}{81}, \left(\frac{5}{9} \right)^{3/2}, \frac{25}{81}, \left(\frac{5}{9} \right)^{3/2} \right) \end{aligned} \quad (69)$$

のような配分が実現し、政策を導入する前（あるいは政策を廃止した後）には

$$\begin{aligned} a(0) &= (x_1^c(\phi), r_1(\phi), x_2^c(\phi), r_2(\phi), z_1(\phi), x_1^p(\phi), z_2(\phi), x_2^p(\phi)) \Big|_{\phi=0} \\ &= \left(\left(\frac{1}{2} \right)^{3/2}, \bar{z} - \frac{1}{6}, \left(\frac{1}{2} \right)^{3/2}, \bar{z} - \frac{2}{6}, \frac{1}{4}, \left(\frac{1}{2} \right)^{3/2}, \frac{1}{4}, \left(\frac{1}{2} \right)^{3/2} \right) \end{aligned} \quad (70)$$

のような配分が実現する。二つの配分を比較すると

$$U^1(x_1^c(\phi), r_1(\phi)) \Big|_{\phi=0} = e^{\frac{54}{162} + \bar{z}} < e^{\frac{55}{162} + \bar{z}} = U^1(x_1^c(\phi), r_1(\phi)) \Big|_{\phi=1/10} \quad (71)$$

かつ

$$U^2(x_2^c(\phi), r_2(\phi)) \Big|_{\phi=0} = e^{\frac{27}{162} + \bar{z}} > e^{\frac{25}{162} + \bar{z}} = U^2(x_2^c(\phi), r_2(\phi)) \Big|_{\phi=1/10} \quad (72)$$

となるから、一方の配分が他方の配分をパレート改善するという関係は見られない。したがって、これから政策を導入するかどうかを検討しているのであれ、あるいは既に導入された政策の廃止を検討しているのであれ、パレート基準を用いて意思決定を行うことは不可能である。

しかしカルドア基準を用いれば、この例についても明快な結論を得ることができる。具体的には、このような補助金政策は導入すべきでなく、既に導入されているのであればそれを廃止すべきである、と結論することができる。というのも、配分 $a(0)$ は配分 $a(\phi)$ を（パレート改善はしないが）カルドア改善するからである。この事実を確認するためには、経済の状態が $a(\phi)$ から $a(0)$ へと変化した後に、例えば消費者 2 が消費者 1 に対して

$$\Delta r := \frac{1}{162} \quad (73)$$

単位だけの余暇を補償する（消費者 1 の代わりに Δr 時間だけ消費者 2 が労働に従事する）ことを考えればよい。すると、そのような仮説的な補償の下で

$$U^1(x_1^c(\phi), r_1(\phi) + \Delta r) \Big|_{\phi=0} = e^{\frac{55}{162} + \bar{z}} = e^{\frac{55}{162} + \bar{z}} = U^1(x_1^c(\phi), r_1(\phi)) \Big|_{\phi=1/10} \quad (74)$$

かつ

$$U^2(x_2^c(\phi), r_2(\phi) - \Delta r)|_{\phi=0} = e^{\frac{26}{162} + \bar{z}} > e^{\frac{25}{162} + \bar{z}} = U^2(x_2^c(\phi), r_2(\phi))|_{\phi=1/10} \quad (75)$$

が成立するから、これは $a(\phi)$ をパレート改善している。つまり、補助金政策を廃止することは、それ自体が直接的にパレート改善をもたらすものではないが、パレート改善の可能性を生み出すことができるのである。その意味で、補助金政策の廃止（あるいは政策を導入しないこと）は「望ましい」と言える。このようにカルドア基準を用いれば、パレート基準では答えを与えることのできない場合であっても、政策的な判断を下すことが可能になる。

繰り返しになるが、カルドア基準の要点は、実際にパレート改善を実現する必要はなく、その可能性を生み出すだけでよいということである。カルドア基準は、政策（あるいは政策の廃止）を正当化するにあたって、パレート改善のために必要な補償が行われることを要求しない⁶。政策の正当性は、実際に補償が行われるかどうかには依存しないのである。このように書くと、注意深い読者はおそらく次のような疑問を抱くであろう。つまり、補償によってパレート改善を実現できると分かっているのであれば、なぜ補償を実行しないのかと。ある政策がカルドア基準を満たすためには、定義からして、その政策によって潜在的にパレート改善が可能であることを示す必要がある。そしてパレート改善の可能性を示すことができるのであれば、それを可能性のままにしておく理由など存在しないように思える。必要な補償を政策に組み込むことで、可能性を現実のものとすることができるはずだからである⁷。

ただ現実世界の経済政策を考えた場合、誰にどれだけの補償を行うべきかを正確に把握することは困難である。上記の例のような単純な（そして非現実的な）経済であれば、1/162 単位の余暇を消費者 1 に補償すればよい、と直ちに計算することができる。しかし遥かに多くの利害関係者が存在し、利益を享受する者と不利益を被る者が複雑に入り交じるような経済においては、補償は不可能ではないにしても、不十分な形でしか実行できないだろう。政策の影響を受ける可能性のある経済主体の私的情報（個人の選好や企業の技術）を、政府が正確に把握しておく必要があるからである。場合によっては、利害関係の構造自体が必ずしも明らかでなく、誰が受益者で誰が損失者であるかを特定することすら難しいかもしれない。そのような困難な（しかしおそらくはより現実的な）状況においても、パレート改善の可能性を示すことができる限りにおいて、カルドア基準は政策評価の指針たり得るのである。もちろん、誰に補償を行うべきかも分からないような状況で、パレート改善の可能性を（つまりある配分が別の配分をカルドア改善

⁶この点を強調して、カルドア基準を「仮説的」補償原理と呼ぶこともある。

⁷そのような「補償を含めた政策」は、カルドア基準のみならずパレート基準も同時に満たすことになる。したがって、政策と同時に補償を実行することが常に可能だとすると、そもそもカルドア基準などという、もってまわった考え方を持ち出す必要などないということになる。

できることを)示すことなどできるのかという、もっともな疑問もあろう。この点については、次節で詳しく検討することになる。

また別の論点として、カルドア基準を用いることで、必ずしも望ましいとは言えない政策に理論的な抛り所を与えてしまうのではないか、という懸念も考えられる。「仮に補償が実行されれば誰もがより満足できる」ことを根拠として、実際には補償が実行されること前提とせずに政策を実施できるとなれば、極めて不衡平な配分を正当化する恐れがあるからである。例えば、ひと握りの利害関係者が莫大な利益を得る一方で、その他大多数の個人に不利益を強いるような(おそらくは社会的に見て容認できない)政策が、カルドア基準ではそのままは認められる。このような懸念に対して考えられる一つの応答は、カルドア基準は望ましい政策の必要条件に過ぎず、それ自体で十分条件を構成するものではない、というものである。つまり、カルドア基準は政策が満たすべき最低限の条件を提示したものであって、カルドア基準を満たしたからといって、その政策が(誰の目から見ても)望ましいことを意味しない。実際、カルドア基準は、政策による分配面での影響をひとまず棚上げにして、差し当たって経済全体の「潜在能力」を高めることのみを企図したものと解釈されるのが一般的である⁸。

補償が必ずしも実行されないことをもって、カルドア基準を批判することは容易い。しかし一方で、潜在的にはパレート改善をもたらすことのできる政策の多くが、補償が困難であるという理由で拒絶され続けるとすれば、それは社会全体にとって多大なる機会損失と言うべきであろう。実用的な観点からは、カルドア基準による意思決定を慎重に進めると同時に、その不完全さを補うような再分配の制度を整えることが求められるのである。

⁸カルドア基準をある種の「必要悪」として受け入れるのではなく、それをより積極的に擁護する立場もある。例えば、カルドアと共に補償原理の確立に貢献したイギリスの経済学者ジョン・ヒックス(John Hicks)は、補償を逐一実行しなくとも、カルドア基準による政策評価は長い目で見ればパレート改善を実現する可能性が高いと見る。つまり、ひとつの政策が単独ではパレート改善を実現できない場合であっても、複数の政策がカルドア基準に従って実施され続けられれば、長期的に実現する配分においては誰もがより望ましい状態に移行できているだろうというわけである。