

中級ミクロ経済学II：課題 14

提出期限：2月5日*

1. 次の記述のそれぞれについて、内容の正誤を答えなさい。

- (a) プレイヤー、戦略空間、および利得（選好）を記述したものを、ゲームの正規形表現と呼ぶ。
- (b) ある戦略の組がナッシュ均衡であるならば、その戦略を選ぶことが、他のプレイヤーがどのような戦略を選ぶかに関わらず、各プレイヤーにとって最適になっているはずである。
- (c) 一つのゲームにナッシュ均衡が三つ以上存在することもある。
- (d) 利得関数の値は各プレイヤーが獲得する便益を表わしたものである。
- (e) ゲームの結果は非効率的になることもあるが、効率的になることもある。
- (f) 選択肢が増えることは良いことなので、プレイヤーの戦略空間が広がればゲームの結果は改善する（少なくともより非効率な結果になることはない）。

2. 次のような正規形ゲーム $(N, (S_i)_{i \in N}, (\succsim_i)_{i \in N})$ を考える。プレイヤーの集合は $N := \{1, 2\}$ で、プレイヤー 1 の戦略空間は $S_1 := \{U, D\}$ 、プレイヤー 2 の戦略空間は $S_2 := \{L, R\}$ である。したがって戦略の組 (s_1, s_2) の集合は

$$S := S_1 \times S_2 = \{(U, L), (U, R), (D, L), (D, R)\}$$

である。 S 上に定義されるプレイヤー 1 の選好 \succsim_1 は

$$u_1(s_1, s_2) := \begin{cases} 1 & (s_1, s_2) = (U, L) \\ 1 & (s_1, s_2) = (U, R) \\ 2 & (s_1, s_2) = (D, L) \\ 0 & (s_1, s_2) = (D, R) \end{cases}$$

のような利得関数 $u_1 : S \rightarrow \mathbb{R}$ によって代表され、プレイヤー 2 の選好 \succsim_2 は

$$u_2(s_1, s_2) := \begin{cases} 0 & (s_1, s_2) = (U, L) \\ 1 & (s_1, s_2) = (U, R) \\ 2 & (s_1, s_2) = (D, L) \\ 1 & (s_1, s_2) = (D, R) \end{cases}$$

のような利得関数 $u_2 : S \rightarrow \mathbb{R}$ によって代表されるとしよう。

*氏名と学生証番号を明記し、なるべく pdf ファイル形式にして、Classroom 上に提出して下さい。

- (a) このゲームを利得行列で表現しなさい。
- (b) このゲームのナッシュ均衡を求めなさい。
- (c) ナッシュ均衡はパレート効率的であるか、理由も含めて説明しなさい。
- (d) いま、プレイヤー 1 が新たな選択肢 M を選べるようになり、戦略空間が $S_1 := \{U, M, D\}$ のように拡大したとしよう。プレイヤー 2 の戦略空間は $S_2 := \{L, R\}$ のままである。このとき、戦略の組 (s_1, s_2) の集合は

$$S := S_1 \times S_2 = \{(U, L), (U, R), (M, L), (M, R), (D, L), (D, R)\}$$

へと変わる。 S 上に定義されるプレイヤー 1 の選好 \succsim_1 は

$$u_1(s_1, s_2) := \begin{cases} 1 & (s_1, s_2) = (U, L) \\ 1 & (s_1, s_2) = (U, R) \\ 3 & (s_1, s_2) = (M, L) \\ 0 & (s_1, s_2) = (M, R) \\ 2 & (s_1, s_2) = (D, L) \\ 0 & (s_1, s_2) = (D, R) \end{cases}$$

のような利得関数 $u_1 : S \rightarrow \mathbb{R}$ によって代表され、プレイヤー 2 の選好 \succsim_2 は

$$u_2(s_1, s_2) := \begin{cases} 0 & (s_1, s_2) = (U, L) \\ 1 & (s_1, s_2) = (U, R) \\ 2 & (s_1, s_2) = (M, L) \\ 3 & (s_1, s_2) = (M, R) \\ 2 & (s_1, s_2) = (D, L) \\ 1 & (s_1, s_2) = (D, R) \end{cases}$$

のような利得関数 $u_2 : S \rightarrow \mathbb{R}$ によって代表されるとしよう。

- i. このゲームを利得行列で表現しなさい。
 - ii. このゲームのナッシュ均衡を求めなさい。
3. 次のような状況を考える。一郎（プレイヤー 1）と次郎（プレイヤー 2）はルームメイトで、アパートの一画を共同で借りている。この二人の間で、各自が気が付いた時に共用部（キッチンなど）を掃除することにしたとしよう。掃除は義務ではないが、できることならきれいな部屋を保ちたい。各プレイヤーの戦略空間は $S_i := \{c, n\}$ で、「掃除する $s_i = c$ 」か「掃除しない $s_i = n$ 」かのいずれかを選ぶことができる。戦略の組の集合は

$$S := S_1 \times S_2 = \{(c, c), (c, n), (n, c), (n, n)\}$$

であり、いずれのプレイヤーも S 上に選好 \succsim_i を持つ。どちらのプレイヤーにとっても「相手が掃除をしてくれるなら自分はしない方がよい」、つまり

$$(n, c) \succ_1 (c, c), \quad (c, n) \succ_2 (c, c) \quad (1)$$

である。また、二人とも「自分が掃除をするのであれば相手にも掃除してほしい」と考えており、したがって

$$(c, c) \succ_1 (c, n), \quad (c, c) \succ_2 (n, c) \quad (2)$$

である。さらに、一郎はきれい好きで「一人であっても掃除したい」と考えている一方で、次郎は「一人で掃除するくらいなら汚くてもよい」と考えているとしよう。これは、二人が

$$(c, n) \succ_1 (n, n), \quad (n, n) \succ_2 (n, c) \quad (3)$$

のような選好を持つことを意味する。いずれのプレイヤーも「誰も掃除しないよりは二人で掃除するほうがよい」と考えている、つまり

$$(c, c) \succ_i (n, n) \quad \forall i \in 1, 2 \quad (4)$$

である。

- (a) このゲームのナッシュ均衡を（利得行列を用いずに）求めなさい。
- (b) このゲームを利得行列で表現し、その上でナッシュ均衡を求めなさい。